

令和4年度 福島大学大学院人間発達文化研究科入試問題

専攻(領域)名: 地域文化創造(数理科学) 科目名: 数学 受験番号:

- 問題1と問題2は必答問題である。問題3から問題8の6問は選択問題である。6問の内、任意の2問を選択して解答すること。
- 解答用紙1枚につき問題1問の解答を記し、選択問題については選択した問題番号を解答用紙の空欄の四角に明記のこと。必答の問題1と問題2については番号を記載済みである。

問題1 $f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2$ について次の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数 f_x と f_y を求めよ。
- (2) $f_x = f_y = 0$ である (x, y) を全て求めよ。
- (3) $f(x, y)$ の極値を全て求めよ。

問題2 対称行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ。

- (1) A の固有値を全て求めよ。
- (2) 直交行列を用いて A を対角化せよ。

問題3 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は実数を成分にもつ正則行列とする。 A の逆行列を A の多項式で表せ。

問題4 y を定義域が \mathbb{R} 全体である x の関数とするとき、以下の初期値問題を解け。

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 10y = 0, \quad y(0) = 8, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 5$$

問題5 積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 4} dx$ の値を求めよ。

問題6 次のパラメータ表示で表される曲面の面積を求めよ。

$$S(u, v) = ((3 + \cos u) \cos v, (3 + \cos u) \sin v, \sin u) \quad (0 \leq u < 2\pi, \quad 0 \leq v < 2\pi)$$

問題7 (1) n 次対称群 S_n 及び n 次交代群 A_n の定義を述べよ。

(2) A_n は S_n の正規部分群であるか、理由を述べて答えよ。

問題8 2022年度から高等学校において「総合的な探究の時間」が導入されるなど、分野横断的な学びに対する注目度が高まっている。数学は他分野の学びとどのような連携ができると考えられるか。具体的な事例を交え、考えを800字程度で述べよ。