

平成27年度 福島大学大学院人間発達文化研究科入試問題

専攻(領域)名	地域文化創造(数理科学)	科目名	数学
---------	--------------	-----	----

受験番号	
------	--

1 2 は必ず解答せよ。また、3 4 5 6 の中から1問選択し解答せよ。
各問ごとに一枚の解答用紙を使用すること。裏面も使用してよい。

1 次の問い答えよ。

(1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とするとき、連立一次方程式 $Ax = 0$ の解空間の次元を求めよ。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y - z = 1 \\ 2x - 4y + z = -1 \end{cases}$ をクラメールの公式を用いて解け。

(3) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列が存在するか否かを判定し、存在する場合はそれを求めよ。

2 次の問い答えよ。

(1) $\frac{1}{1+x^2}$ の原始関数を求めよ。

(2) 二変数関数 $f(x, y) = x^2y - x^2 + y^2 - 4y + 1$ について次の問いに答えよ。

(i) 一階偏導関数 f_x, f_y および二階偏導関数 f_{xx}, f_{xy}, f_{yy} をすべて求めよ。

(ii) $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ。

平成27年度 福島大学大学院人間発達文化研究科入試問題

専攻(領域)名	地域文化創造(数理科学)	科目名	数学
---------	--------------	-----	----

受験番号	
------	--

3 R を可換環, I を R の極大イデアルとする.

- (1) $K = R/I$ は体であることを示せ.
- (2) I/I^2 は K 上のベクトル空間であることを示せ.

4 次の問いに答えよ.

- (1) ユークリッド平面 \mathbb{R}^2 の距離 d に関する三角不等式

$$d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) \quad (x, y, z \in \mathbb{R}^2)$$

を証明せよ. ここで $d(x, y)$ は次で定まる通常の距離とする

$$d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} \quad (x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)).$$

- (2) 任意の点 $x \in \mathbb{R}^2$ について, 一点からなる集合 $\{x\}$ は \mathbb{R}^2 の閉集合であることを示せ. ただし位相はユークリッド位相とする.

5 複素関数 $f(z) = \frac{1}{1+z^4}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 上半平面 $H = \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im } z \geq 0\}$ において, $f(z)$ の各特異点における留数を求めよ.
- (2) 極限值 $\lim_{r \rightarrow \infty} \int_{C_r} f(z) dz$ を求めよ. ただし, $C_r = \{z = re^{i\theta} \mid 0 \leq \theta \leq \pi\}$ とする.
- (3) 定積分 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ を計算せよ.

6 義務教育を終了した人々にも是非とも知って欲しいとあなたが考える数学の内容をいくつか挙げ, それらを取り上げた理由を記せ. その際, 現行の学習指導要領に拘束されることなく, 自由に議論を展開せよ. (解答用紙8行程度をめどに記すこと.)